

Technische artikelen over de fiets

VERMOGEN EN KRACHTEN

We zullen eens kijken wat de mens als motor van een voortbewegingsmachine kan leveren aan vermogen. De oude eenheid paardenkracht is vervangen door de Watt (W). Een pk is ± 740 Watt. Gedurende enkele seconden kan een getrainde atleet meer dan 2200W (3 pk) leveren. Als het over een langdurige maximum inspanning gaat (b.v. een uur), zakt dat naar 300-400W. Een vlakke Tourproloog van 10 minuten wordt gewonnen met ± 53 km/u ; dit is ongeveer 600 Watt. Een gezonde, maar niet echt getrainde, jongeman levert gedurende 1 uur maximaal 150-200W. Uitgaande van een zelfde trainingsintensiteit neemt het vermogen tot je 25° toe, en blijft dit tot je 40° nagenoeg gelijk. Na je 40° zal het afnemen met ongeveer 1-1,5% per jaar. Als we op een windstille dag op de vlakke weg onderin de beugel van de racefiets zitten, zien we het volgende verband tussen vermogen en snelheid: 50W: ± 20 km/u, 150W: ± 30 km/u, 350W: ± 40 km/u, 600W: ± 50 km/u, 1000W: ± 60 km/u .

Dit laatste vermogen geldt natuurlijk alleen voor de kortstondige eindspurt. Het geleverde **vermogen (P)** van de fietser is het product van de **totale weerstand (R_{totaal})** en **snelheid (v)** gedeeld door het **rendement (η =eta)** van de aandrijving; meestal zo'n 95% ($\eta=0,95$): $P_{\text{totaal}} = R_{\text{totaal}} \cdot v / \eta$. De grootste vermogenvreters in de aandrijving zijn ketting (2%) en derailleur (2%); samen gemiddeld 5%; bij slecht onderhoud zelfs 10% en meer. Bij goed gesmeerde en afgestelde lagers van naven en assen, zal het totale verlies in de lagers minder zijn dan 1%; hierbij moet opgemerkt worden, dat bij de huidige generatie naven en trapassen de wrijving enkele malen groter is, dan bij de Campagnolo Record serie uit de jaren zeventig. Ook het gebruik van kleine tandwielen achter (<16) gaat ten koste van het rendement; trek voor elk tandje minder maar een half procent eraf.

Er zijn diverse soorten weerstand: rolweerstand R_{rol} , luchtweerstand R_{lucht} , hellingweerstand R_{helling} en acceleratieweerstand R_{accel} .

Deze weerstanden samen opgeteld : $R_{\text{totaal}} = R_{\text{lucht}} (1) + R_{\text{rol}} (2) + R_{\text{accel}} (3) + R_{\text{helling}} (4)$

(1) De luchtweerstand $R_{\text{lucht}} = 0,5 \cdot \rho_{\text{lucht}} \cdot C_w \cdot A \cdot v^2$. Bij windstil weer is v gelijk aan de snelheid van de fietser v_f . De ρ lucht is de soortelijke massa van lucht bij 1 bar (in Nederland is dit ongeveer 1,23 kg/m³ op 1800m ongeveer 1 kg/m³). C_w (engels C_D) is de aerodynamische vormfactor, voor een opafiets 1,1 ; voor een diep zittende coureur 0,9 ; bij zeer lage ligfietsen zelfs 0,8.

De echte winst komt bij gestroomlijnde ligfietsen: Alleweder 0,45 ; Quest 0,22 ; recordvoertuigen < 0,1! A is het frontaal oppervlak. Voor een vent van 2m en 100 kg rechtop met een opafiets zal $A = 0,75\text{m}^2$ zijn. Voor een diep zittende coureur zal dat 0,3-0,35m² zijn (handen bovenop stuur 0,5-0,6m²); voor een lage ligfiets 0,25m² en een Alleweder velomobiel 0,45m². Uiteraard zijn dit gemiddeldes!

Bij het opgenomen vermogen door luchtweerstand vermenigvuldigen we met snelheid v en delen door het rendement. Bij 20km/u bijvoorbeeld, levert de coureur: $P_{\text{lucht}} = 0,5 \times 1,23 \times 0,9 \times 0,35 \times 5,56^3 / 0,95 = 35\text{W}$; en de opafiets: $0,5 \times 1,23 \times 1,1 \times 0,75 \times 5,56^3 / 0,95 = 91\text{W}$

Hoewel bij velomobielen de C_w -waarde lager ligt, is het snelheidsvoordeel t.o.v. een racer of een tweewielige ligfiets erg beperkt, door de toename van het frontaal oppervlak, gewicht en de rolweerstand. Pas als je gemiddeld 30km/u rijdt, begint er echt voordeel te ontstaan; niet iedereen fietst gewoonlijk met 200 Watt of meer.

De luchtweerstand van de fietser is eigenlijk een wrijvingskracht; deze is tegengesteld aan de bewegingsrichting. De bovenstaande formule gaat alleen op als er geen wind staat! **Als het waait wordt de zaak veel gecompliceerder. R_{lucht} wordt R_{wind} .**

De windsnelheden die horen bij de Beaufortschaal (de 0-12 schaal) worden gemeten op 10m hoogte. De snelheid van de wind in meters per seconde is bij benadering voor de windkracht:

1: 1m/s 2: 2m/s 3: 4m/s 4: 7m/s 5: 10m/s 6: 13m/s 7: 16m/s 8: 19m/s 9: 23m/s 10: 27m/s 11: 31m/s 12: >36m/s

Dit is windsnelheid bovenop de dijk; die zal op fietsniveau gelukkig vaak niet gehaald worden. We moeten dit dus corrigeren; trek bij open terrein een schaal eraf; bij bewoning, hagen of bosjes, twee

schalen eraf. Een lage ligfiets vangt nog wat minder wind; hierbij kan er nog wel een extra schaal af. Het effect van de zijwind is groter, omdat die tegen een groter oppervlak aanblaast. Wielen, bagage, framebuizen: alles levert meer weerstand (de factor oppervlakte gaat van 1x naar 1,5x). Boven een echte windsnelheid van 15m/s is de lol er bij tegenwind vlug vanaf; het is meer worstelen dan fietsen. Windsterkte en richting tijdens een rit, zijn niet nauwkeurig te meten en hoogstens seconden lang constant. Om te kunnen rekenen, gaan we van **constanten** uit. De windrichting bekijken we in graden: 0 is tegenwind en 180 is wind pal achter. Het gaat hier om de hoek van de wind met de rijrichting bij stilstand!

De wind die wij op de fiets voelen, is het resultaat van rijsnelheid V_F en windsnelheid V_w : de schijnbare wind V_s . Deze resultante oefent een schijnbare windkracht F_s uit; F_s heeft een schijnbare windrichting α_s en wordt ontbonden in de voorwaartse en zijwaartse component. De zijwaartse kracht telt niet mee, omdat die in principe geen energie kost; we bemerken deze kracht vooral als er een vrachtwagen langs komt. α_w is de hoek van de wind met de rijrichting in graden (bij stilstand!) en α_s is de hoek van de schijnbare windrichting met de rijrichting in graden.

Pas in de driehoek gevormd door V_s , V_F en de evenwijdige lijn aan V_w de cosinusregel toe met hoek $(180 - \alpha_w)$; N.B. $\cos(180 - \alpha_w) = -\cos \alpha_w$

$$V_s^2 = V_F^2 + V_w^2 + 2V_F \cdot V_w \cdot \cos \alpha_w. \text{ Zo berekenen we } V_s.$$

De cosinusregel toepassen in de driehoek met α_s stelt ons in staat $\cos \alpha_s$ te bepalen; $\cos \alpha_s = (V_s^2 + V_F^2 - V_w^2) / (2V_F \cdot V_s)$.

De kracht van de schijnbare wind is: $F_s = 0,5 \cdot \rho_{\text{lucht}} \cdot C_w \cdot A \cdot V_s^2$. Daarvan blijft er over de kracht van de tegenwind, dus is: $R_{\text{wind}} = F_s \cdot \cos \alpha_s$. Het opgenomen vermogen door lucht+wind weerstand d.w.z. de energie die de fietser moet leveren om de lucht+wind weerstand te overwinnen, wordt $P_{\text{wind}} = R_{\text{wind}} \cdot V_F / 0,95$. De windrichting in het computerprogramma moet ingevoerd worden in graden: 0 is tegenwind en 180 is wind pal achter. Het gaat hier om de windrichting bij stilstand!

(2) De rolweerstand $R_{\text{rol}} = m \cdot g \cdot C_r$. Bij het opgenomen vermogen door rolweerstand moeten we vermenigvuldigen met snelheid v (in m/s) en delen door het rendement van de aandrijving. De rolweerstandscoefficiënt C_r heeft voor de volgende banden **op glad beton** een waarde van:

Raceband 23 mm met 7 bar = 0,003

Toerband 32 mm met 5 bar = 0,005

ATBband grof profiel 47 mm met 3 bar = 0,008

Clement seta tube met 8 bar = 0,002

Antilekband 37 mm met 5 bar = 0,007

Antilekband 37 mm met 3 bar = 0,01

Let bij stugge antilekbanden dus op de bandenspanning; dit is nauwelijks met de hand te voelen! **Op ruw asfalt en slecht wegdek zal de rolweerstand meer dan verdubbelen**; ook praktijkwaardes op goed wegdek liggen hoger. Een reële waarde voor de 23mm raceband is 0,005.

(3) De acceleratieweerstand $R_{\text{accel}} = m \cdot a$ is massa (m) maal versnelling (a). Draaiende delen nemen extra energie op, met name als de straal van de beweging groot is, zoals bij velgen en wielen. (Deze extra energie, ongeveer 2%, verwaarlozen we in het computerprogramma). **Als er meer vermogen beschikbaar is dan opgenomen, zal de fietser versnellen**. Bij een hogere snelheid neemt vooral de luchtweerstand toe; zodra beschikbaar en opgenomen vermogen gelijk zijn, rijden we met constante snelheid.

(4) De hellingweerstand is: $R_{\text{helling}} = m \cdot g \cdot \text{"\%"}$. Hierin is m de massa in kg, g de zwaartekracht 9,81 N/kg, " %" is de helling procenten. Het gebruik van het hellingspercentage is niet geheel correct. Dit is namelijk de tangens van de hellingshoek. Eigenlijk moeten we rekenen met de sinus, maar dit verschil wordt pas boven de 21% merkbaar ($\tan 12 = 0,213$ en $\sin 12 = 0,208$: afgerond 21%). **Een negatief hellingspercentage gaat bergaf!**

Het rekenprogramma

Het programma op de site werkt helaas alleen als u minstens Excel 2003 op uw computer heeft staan en ActiveX files accepteert. Als u een oudere versie van Excel heeft, of met Open Office werkt, kunt u de file [hier](#) downloaden.

Het effect van de wind op ons vermogen (Ptotaal) kunnen we vergelijken met windstil weer (Pwindstil). Onderaan de berekening staat ook een veld waarbij je **vermogen kunt omrekenen in snelheid**. De wind en acceleratie worden in deze berekening niet meegeteld.

fietstype:	Cr	Cw	A	fietstype:	Cr	Cw	A
Sportfiets	: 0,008	1	0,6	ATB	: 0,010	0,9	0,5
Racer	: 0,005	0,9	0,35	Tijdritfiets	: 0,004	0,85	0,25
Alleweder	: 0,006	0,45	0,45	M5 lowracer	: 0,005	0,8	0,2
Quest	: 0,006	0,22	0,45	Mango	: 0,006	0,3	0,45
Varna	: 0,005	0,1	0,2	Eivie	: 0,005	0,07	0,2

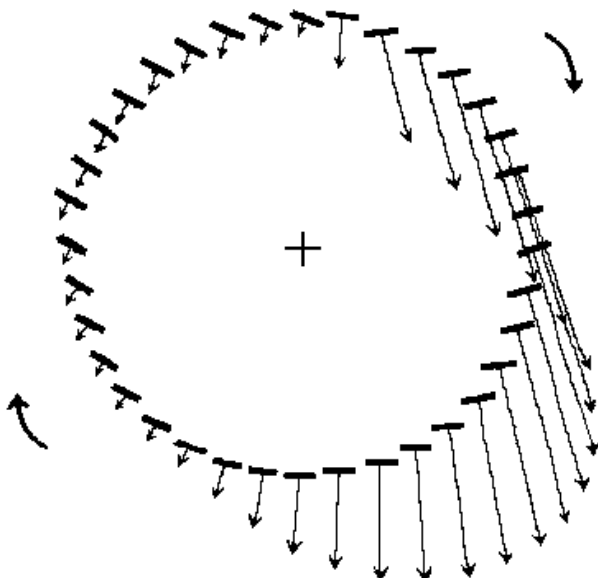
TABEL met geschatte waardes

Een voorbeeld: een rijder, samen met zijn fiets 75 kg, gaat de Mont Ventoux op. De klim is 18 km lang en wordt in een uur voltooid (5 m/s); het stijgingspercentage is 9%. Het benodigde klimvermogen is dan ongeveer 331 W. Onze held heeft ook nog de luchtweerstand van 31W en de rolweerstand van 18W overwonnen. In totaal is er dan een beschikbaar vermogen nodig van circa 380W. Helaas is er nog 5% verlies in de aandrijving; we moeten nog delen door 0,95. Dan komen we op een afgegeven vermogen van ongeveer 400W!

Stel het gebruikte verzet was 42-21 en de buitenband had een omtrek van 2,1m. Dan krijgen we per omwenteling van de crank: $(42: 21) \times 2,1 = 4,2$ m; dit zijn 238 omwentelingen per kilometer en ongeveer 71 omw./min. Op zijn zestigste en 25 kilo zwaarder, wil hij de klim overdoen, maar dan brengt hij slechts 150W. Welke tijd haalt hij dan? Wat voor verzet moet hij steken als hij minimaal 60 omw./min. (1 per seconde) wil maken?

Als de snelheid laag is, wordt nagenoeg het totale vermogen omgezet in klimvermogen. Ruwweg houdt hij dus 135W over als Phelling ; invullen in de formule. De snelheid wordt $1,5 \text{ m/s} = 5,4 \text{ km/u}$. De klim zal dus ongeveer 3.20 uur duren; dit zijn 200 minuten ofwel 12000 omwentelingen. De afgelegde afstand per omwenteling wordt dan $18000\text{m} : 12000 = 1,50\text{m}$. Stel het kleinste tandwiel voor is 24; in combinatie met een 34 als grootste tandwiel achter, vinden we 1,48 m per omwenteling. Het verzet 24-34 zou dus een goede keuze zijn.

Welke krachten oefenen wij uit? De belangrijkste krachten oefenen we uit via de pedalen. Hier geldt de formule: de gemiddelde effectieve kracht is het gemiddelde vermogen gedeeld door de pedaalsnelheid: $F_{\text{gem}} = P_{\text{gem}} / v_{\text{pedaal}}$. Een voorbeeld: P_{gem} is 300W, het traptempo 60 omw./min, cranklengte 175mm ($d = 0,35\text{m}$); v_{pedaal} is dan: $\pi \times 0,35\text{m} \times 1/\text{s} = 1,1\text{m/s}$ en F_{gem} is: $300 \text{ Nm/s} : 1,1 \text{ m/s} = 273\text{N}$.



Hierboven zien we werkelijke krachten die een echte fietser uitoefende op het pedaal. De richting van de kracht is min of meer verticaal. **We gaan de kracht nu ontleden in twee krachten: een component haaks op de crank en een kracht in de lengterichting.** Het deel dat in arbeid omgezet wordt, is de component haaks op de crankarm. Deze wordt via het draaipunt omgezet in trekkracht in de ketting. De component in de lengterichting wordt opgevangen door de crank. Dit is vergelijkbaar met de normaalkracht van de vloer. Er is geen arbeid en geen vermogensverlies!

Zoals je ziet, werkt de fietser de trapbeweging tegen! Hij laat het been dat kracht zet, het andere been omhoog brengen. De werkelijke kracht op het pedaal, ligt dus hoger dan de effectieve kracht. Op de dode punten wordt er geen vermogen ontwikkeld! De rond gaande beweging blijft in stand op basis van de bewegingsenergie in het systeem. Bij hele steile hellingen (>15%) merk je dit effect goed en ga je met schokjes vooruit. Dit voel je ook goed op hometrainers zonder vliegwielen.

Getrainde wielrenners verdelen hun kracht beter dan deze fietser. Ze zullen wat later en wat minder lang kracht zetten. Bovendien kunnen zij bij klikpedalen trekkracht zetten bij de omhooggaande beweging; deze is klein, enkele procenten, maar werkt mee en niet tegen.

Het gaat hier om gemiddelde effectieve kracht. De piek zal 1,3-1,5 X hoger liggen; bij hoge vermogens, zoals een spurt, zelfs 2-3 X ; hierbij zullen ook de krachten sterk toenemen. De coureur kan dan niet meer blijven zitten, omdat hij krachten uitoefent die groter zijn dan zijn gewicht. Hij zal uit het zadel komen en zijn gewicht, rotatiesnelheid en spierkracht combineren. Dit noemt men in het engels "jacking". Het is vergelijkbaar met de aanloop van een hoogspringer, waarbij energie in voorwaartse richting, omgezet wordt in snelheid in verticale richting. Pieken boven 2000 N zijn al gemeten! Bij inspanningen van $\pm 250W$, zal de kracht rond 20% van het lichaamsgewicht liggen (o.a. afhankelijk van het verzet). We praten bij een om een as draaiende kracht over een moment en bij een krachtenstelsel over een koppel. Volgens deze definitie is onze aandrijfkraft geen zuiver koppel, omdat we eigenlijk maar met een been tegelijk kracht zetten. **Er is dus twee maal per omwenteling een puls.**

Als we de bovenste stand van het pedaal 0 graden noemen en de onderste stand 180, geven we tussen 50 en 140 graden ongeveer 90% van ons vermogen af. Moment is kracht maal arm: $M = F \times r$ Natuurlijk kunnen we met een vergrendelde schoen ook nog wat trekkracht uitoefenen (max.5%) op het omhoogkomende pedaal. Getrainde wielrenners trappen mooi "rond"; het koppel dat zij brengen, is nooit echt nul, maar het minimum ligt niet hoger dan enkele procenten. Onze berekeningen zijn zo grof dat deze details er niet toe doen.

Wat is nu de **trekkracht in de ketting**? Stel een vakantiefietser met bagage rijdt een 20% heuvel op; de puls is max. 500N, de cranklengte is 175mm en hij gebruikt voor een triple met een 28er tandwiel (een straal van 57mm). Het maximale moment is $500N \times 0,175m = 87,5 Nm$; dit gaat ook door het tandwiel: $F = M : r = 87,5Nm : 0,057m = 1535N$. Dit is dus de piek van de trekkracht in de ketting.

Bij een verzet van 42 tanden voor en 21 tanden achter, wordt het toerental van de achteras verdubbeld t.o.v. de trapas en het koppel gehalveerd! Zodra we wind tegen krijgen, moeten we terugschakelen; als trapkracht en traptempo gelijk blijven, nemen snelheid en toerental van het achterwiel af. Het geleverde koppel is toegenomen om de gestegen weerstand te compenseren. Het vermogen blijft gelijk: dit is koppel maal toerental trapas. De trapfrequenties voor toeristen liggen gewoonlijk tussen 60-80 omw./min. Voor coureurs zijn waarden van 100-120 omw./min. heel gebruikelijk (goede baanrenners draaien zelfs meer dan 200 omw./min.). Hoge toerentallen zijn niet maximaal efficiënt; de coureur kiest niet voor efficiëntie, maar voor maximum vermogen.

Welke kracht F heeft een coureur nodig om een lange 17% helling op te rijden? Stel het totaal gewicht van coureur+ fiets is 1000N, dan wordt : $F = 1000N \times 0,17 = 170N$. Deze kracht moet aan de straat gebracht worden door een wiel met 670mm diameter; het moment (koppel) dat geleverd moet worden: $M = 170N \times 0,335m = 57Nm$. Dit moment gaat ook door spaken en naven. Stel onze naaf heeft een straal van 0,025m; dan wordt de kracht in de naafflens: $57Nm / 0,025m = 2280N$. Als er 36 spaken aanwezig zijn, is dat minimaal 63N per spaak. Dit is alleen het geval als de spaak haaks op de hartlijn van de flens staat; bij een 3x gekruist achterwiel is de hoek met de hartlijn 60° en moeten we nog eens delen door $\sin 60^\circ$; dat levert een waarde op van 73N per spaak.

Komt deze coureur, als hij door een defect aan zijn derailleur slechts de beschikking over het verzet 42-14 heeft, fietsend boven? Stel de maximale gemiddelde pedaalkracht die hij kan zetten is 500N; de cranks zijn

170mm. Het maximale moment is: $(0,170\text{m} \times 500\text{N}) / (42: 14) = 28,3 \text{ Nm!}$
Nee dus, hij heeft het dubbele: 57 Nm nodig; hij zal 42- 28 moeten schakelen!

Lage trapfrequenties (< 40) zijn snel schadelijk voor de kniegewrichten. Als we 40 als minimum aanhouden, hoeveel vermogen moet hij dan leveren? Hij maakt 40 omw./min (= 0,67 per sec) de wielomtrek = $\pi \times d = 2,1\text{m}$; het verzet is $42: 28 = 1,5$. Zijn snelheid v is: $2,1\text{m} \times 0,67 \text{ 1/s} \times 1,5 = 2\text{m/s}$ (=7,2km/u). Het benodigd klimvermogen $P_{\text{helling}} = 1000\text{N} \times 0,17 \times 2 \text{ m/s} = 340\text{W}$. Als we 40W rekenen voor rol- en luchtweerstand en rendementsverlies, komen we op 380W uit.

Voor mensen die het leuk vinden om met cijfertjes te stoeien en nog meer willen, een link:
www.analyticcycling.com

Mensen die een biomechanische benadering zoeken: J.Papadopoulos: *Forces in bicycle pedalling*
als PDF te vinden via
http://ruina.tam.cornell.edu/research/topics/bicycle_mechanics/overview_papers_and_links.htm

Nog meer biomechanica op de site van Cycling Resources, hier staat hele leuke informatie
<http://www2.bsn.de/Cycling/> kies hier:
[Optimal Pedalling Technique for Sprint Cycling: A Computer Simulation Study](#) (uitpakken met **7Z** en met lezen **Ghostscript**)

De wiskundige achtergrond van de snelheidsberekening vanuit het vermogen komt van:
[Jungshen Lieh : *Determination of Cycling Speed Using a Closed-form solution from Nonlinear Dynamic Equations*](#)

Het doen van nuttige metingen, zeker met beperkte hulpmiddelen, vergt veel denkwerk. Een goed voorbeeld van zo'n onderzoek naar lucht- en rolweerstand, is het artikel dat Bert Hoge in het blad van de NVHPV schreef: www.ligfiets.net/redactie/meetligfiets.doc

Een goed Duits boek met veel rekenwerk: M. Gressmann: *Fahrradphysik und Biomechanik* ; ISBN: 978-3-7688-5222-7